5. *FUNÇÕES CRESCENTE E DECRESCENTE*

Uma função f, real de variável real, diz-se *crescente* em I, $I \subset D(f)$, se e somente se, para todo $x_1, x_2 \in I$, tem-se:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2).$$

f diz-se *estritamente crescente* em I, se e somente se

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

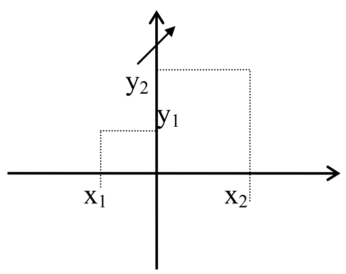
Uma função f, real de variável real, diz-se *decrescente* em I, $I \subset D(f)$, se e somente se, para todo $x_1, x_2 \in I$, tem-se:

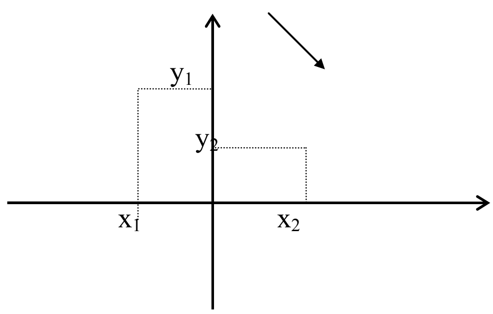
$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2).$$

f diz-se *estritamente decrescente* em I, se e somente se

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Gráficos





Proposição

A função $f(x) = ax + b$ é estritamente crescente para $a > 0$ e estritamente decrescente para $a < 0$.

D] Vamos demonstrar o caso $a > 0$. O outro é análogo.

Suponhamos $a > 0$ e sejam $x_1, x_2 \in R$; $x_1 < x_2$, ou seja,

$$x_1 - x_2 < 0 \qquad (1).$$

Temos que $f(x_1) - f(x_2) = ax_1 + b - ax_2 - b = a(x_1 - x_2)$. De (1) e do fato que $a > 0$ concluímos que

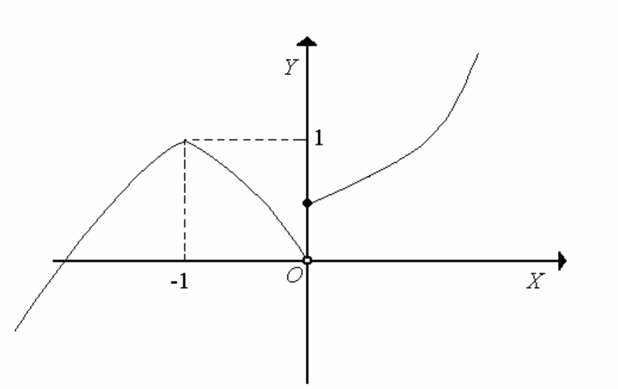
$$f(x_1) - f(x_2) < 0.$$

EXERCÍCIOS

1) Mostre que a função $f(x) = ax + \mathrm{b}$ decrescente, se $a < 0$.

2) A função $\mathrm{f(x)} = \begin{cases} x+1, & \text{se } x \le 4 \\ x-4, & \text{se } x > 4 \end{cases}$ é crescente em R ?

3) Em que intervalos reais a função cujo o gráfico é apresentado a seguir é crescente? E decrescente?



4) A função $f(x) = \dfrac{1}{x}$ é decrescente em $(-\infty, 0) \cup (0,+\infty)$?

5) Mostre que $\mathrm{f(x)} = \sqrt{x}$ é crescente em R_+.